

Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

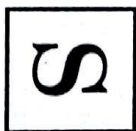
KANGUR 2017

Student

Klasy II i III liceów oraz II, III i IV techników

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!

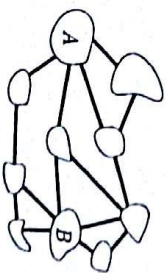


Pytania po 3 punkty

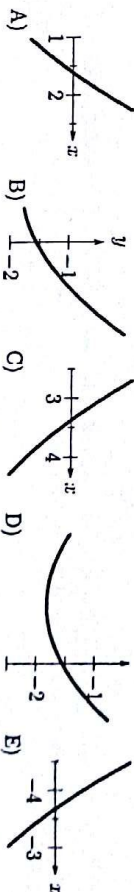
1. $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$ A) 3,4 B) 17 C) 34 D) 201,7 E) 340

2. Bartek jest zapalonym modelarzem. Jego ulubionym modelem jest model kolejni elektrycznej w skali 1 : 87 zwany przez modelarzy H0. Wykonał do niego wiele dodatkowych figurek w tym dwucentymetrową figurkę swojego brata, oczywiście wszystkie w skali modelu. Jaki jest rzeczywisty wzrost jego brata? A) 1,74 m B) 1,62 m C) 1,86 m D) 1,94 m E) 1,70 m

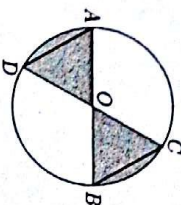
3. Rysunek przedstawia 10 wysp połączonych 15 mostami. Jaka jest najmniejsza liczba mostów, które należy usunąć, aby unie-możliwić przedostanie się z wyspy A na wyspę B? A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



4. Liczby a i b są dodatnie, przy czym 75% liczby a jest równe 40% liczby b. Oznacza to, że A) 10a = 8b B) 7a = 8b C) 3a = 2b D) 5a = 12b E) 8a = 15b
 5. Na czterech z pięciu poniższych ilustracji przedstawione są fragmenty wykresu tej samej funkcji kwadratowej. Która z ilustracji nie przedstawia fragmentu tego wykresu?

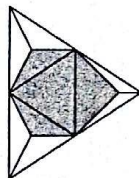


6. W kole o środku O poprowadzono średnice AB i CD, takie że $|OB| = |BC|$ (patrz rysunek). Jaka część pola koła stanowi pole zacieniowanego obszaru? A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{11}$



23. Rozważany ciąg o wyrazach a_n , $n \geq 1$, w którym $a_1 = 2017$ i $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Wówczas $a_{2017} =$ A) -2017. B) $\frac{-1}{2016}$. C) $\frac{2016}{2017}$. D) 1. E) 2017.

24. Z czworokątnemu foremnemu odcinamy roggi przy pomocy czterech płasz-czyzn, z których każda przechodzi przez środki 3 krawędzi stykających się w jednym wierzchołku (patrz rysunek). Jaka część objętości czworokątnemu stanowi objętość otrzymanej bryły?



25. Karolina wybiera 10 różnych liczb dodatnich, a następnie niektóre z nich mnoży przez 2, inne przez 3, a wszystkie pozostałe przez 4. Jaka jest największa liczba różnych wyników, jakie może w ten sposób otrzymać?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

26. Długości wszystkich boków trójkąta prostokątnego są liczbami naturalnymi. Jaki jest obwód tego trójkąta, jeśli jedna z przyprostokątnych ma długość 29?

A) 290 B) 291 C) 869 D) 870 E) Nie można tego określić.

27. W pola diagramu rozmiaru 3×3 (patrz rysunek) wpisano 9 liczb całkowitych. Suma wpisanych liczb wynosi 500. Wiadomo, że liczby w polach sąsiadnych, to jest w polach stykających się wzdłuż wspólnego boku, różnią się o 1. Jaka liczba została wpisana w pole środkowe?

		?

28. Jeśli $|x| + x + y = 5$ i $x + |y| - y = 10$, to suma $x + y$ jest równa A) 1. B) 2. C) 3. D) 4. E) 5.

29. Ile jest dodatnich liczb trzycyfrowych \overline{abc} , dla których $(a+b)^c$ jest trzycyfrową potęgą liczby 2?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

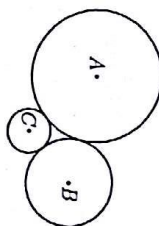
30. Na pewnej wyspie żyje 2017 mieszkańców. Każdy z nich jest albo kłancą (który kłanie za każdym razem), albo osobą prawdomówną (która zawsze mówi prawdę). Pewnego dnia więcej niż 1000 mieszkańców wyspy spotkało się na bankiecie przy okrągłym stole. Każdy z nich wypowiedział zdanie „Spośród dwóch ludzi siedzących obok mnie jeden jest kłancą, a drugi prawdomównym”. Co najwyżej ilu prawdomównych mieszka na wyspie?

A) 1083 B) 668 C) 670 D) 1344 E) 1343

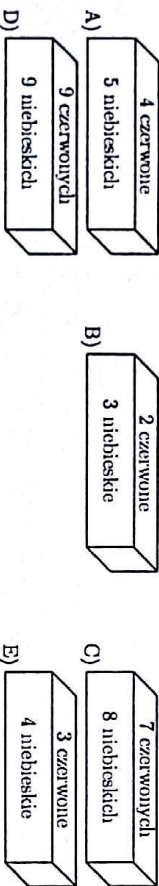
7. Klocek rozmiarów $4 \times 1 \times 1$ powstał ze sklejania 2 białych szkieletów i dwóch szarych tak jak na rysunku. Jedna z poniższych budowli została zbudowana z takich klocków. Która?



8. Trzy wzajemnie styczne okręgi o środkach w punktach A, B i C mają odpowiednio promienie 3, 2 i 1 (patrz rysunek). Ile jest równe pole trójkąta ABC ?



9. Każde z przedstawionych pudełek zawiera pewną liczbę kulok czarnych i niebieskich zgodnie z oznaczeniem na pudełkach. Bartek musi wylosować jedną kulkę z dowolnego pudełka. Z którego pudełka powinien losować, aby mieć jak największą szansę wylosowania niebieskiej kulki?



10. Wykres której z następujących funkcji ma największą liczbę punktów wspólnych z wykresem funkcji $f(x) = x^2$?

Pytania po 4 punkty

11. Suma długości wszystkich boków pewnego trójkąta prostokątnego jest równa 18, a suma kwadratów długości wszystkich jego boków jest równa 128. Ile jest równe pole tego trójkąta?

12. Liczba p jest dodatnia i mniejsza od 1, a liczba q jest większa od 1. Która z poniższych liczb jest największa?

13. Walce A i B mają taką samą objętość. Promień podstawy walca B jest o 10% większy od promienia podstawy walca A . Wysokość walca A jest dłuższa od wysokości walca B o

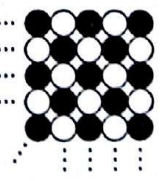
14. Rysunek przedstawia wielościan, w którym każda ściana jest albo trójkątem, albo kwadratem. Każda krawędź jest wspólnym bokiem jednego kwadratu i jednego trójkąta. Ile ścian trójkątnych ma ten wielościan, jeśli ma on 6 ścian kwadratowych?



15. Kubu napisał w każdym z czterech rogów tablicy liczbę 2017. Teraz z każdej z liczb musi wyznaczyć jedną cyfrę, ale tak, aby z czterech spośród dwunastu powstałych na tablicy cyfr można było utworzyć liczbę 2017. Na ile sposobów może wyznaczyć cyfry?

16. Która z poniższych liczb nie może być pierwiastkiem wielomianu postaci $5x^3 + ax^2 + bx + 24$, gdzie a i b są liczbami całkowitymi?

17. Julia ma 2017 koraliików, wśród których 1009 jest czarnych, a pozostałe są białe. Układa z nich kwadratowe wzory, w których czarne i białe koraliiki przeplatają się tak w wierszach jak i w kolumnach, a koraliiki w lewym górnym rogu jest czarny (patrz rysunek). Ile koraliików każdego koloru jej pozostało, gdy ułoży największy możliwy taki wzór?



18. Suma cyfr każdej z pewnych dwóch kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 7. Co najmniej ile cyfr ma mniejsza z tych liczb?

19. W sześciokąt foremny o boku długości 1 wpisano przypominającą kwiat figurę powstałą z odcinków kół o promieniu 1 i o środkach w wierzchołkach sześciokąta (patrz rysunek). Ile wynosi pole powierzchni tej figury?



20. Wynalazca Klapanucjusz skonstruował robota obdarzonego sztuczną inteligencją. Niestety w wyniku błędów w programie w każdym z trzech kolejnych wypowiedziach przez niego zdania jest do kładnie jedno fałszywe. Robot poproszony o podanie własności pewnej liczby dwucyfrowej powiedział w kolejności: „Jedną z jej cyfr jest 2”, „Jest większa niż 50”, „Jest parzysta”, „Jest mniejsza niż 30”, „Jest podzielna przez 3”, „Jedną z jej cyfr jest 7”. Ile jest równa suma cyfr tej liczby?

Pytania po 5 punktów

21. Ile dodatnich liczb całkowitych ma tę własność, że liczba powstała przez wykreślenie z niej cyfry jednostki jest równa jednej cztertnastej liczby początkowej?

22. W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne są prostopadłe. Jeśli $|AB| = 2019$, $|BC| = 2018$, $|CD| = 2017$, to długość AD wynosi

