Kangourou Sans Frontières

Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

Polskie Towarzystwo Matematyczne

Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

KANGUR 2019

Junior

J

Klasy III gimnazjów i I liceów

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!

Pytania po 3 punkty

1. $20 \cdot 19 + 20 + 19 =$

A) 389 B) 399 C) 409 D) 419 E) 429

2. Model kolejki elektrycznej przejeżdża jedno okrążenie w ciągu 1 minuty i 11 sekund. Ile czasu potrzebuje ten model na przejechanie 6 okrążeń?

A) 7 minut i 36 sekund B) 7 minut i 26 sekund C) 7 minut i 16 sekund
D) 7 minut i 6 sekund E) 6 minut i 56 sekund

3. Do parku można wejść, bądź wyjść z niego, jedną z pięciu bram. Monika chce wejść do tego parku i wyjść z niego inną bramą, niż weszła. Na ile sposobów może to zrobić?

A) 25 B) 20 C) 16 D) 15 E) 10

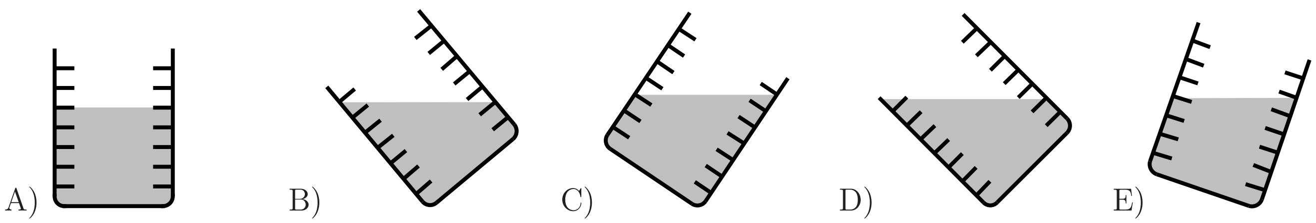
4. Fryzjerka chce umieścić na ścianie swojego salonu taki napis, by klientka siedząca przed lustrem widziała w nim słowo **URODA**. Jak powinien wyglądać ten napis na ścianie?

A) **URODA** B) **UЯOᗡA** C) **AᗡORU** D) **ADOЯU** E) **AᗡOЯU**

5. Ile różnych sum oczek możemy otrzymać przy jednoczesnym rzucie trzema standardowymi sześciennymi kostkami do gry?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

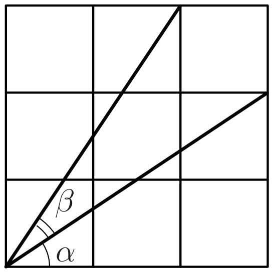
6. Do pięciu jednakowych szklanek nalano wody. W czterech z tych szklanek jest ta sama ilość wody. W której szklance jest inna ilość wody?



7. Waga każdego z trzech kangurów wyraża się całkowitą liczbą kilogramów, przy czym liczby te są parami różne. Łącznie kangury te ważą 97 kilogramów. Co najwyżej ile waży najlżejszy z nich?

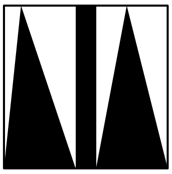
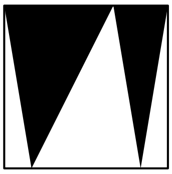
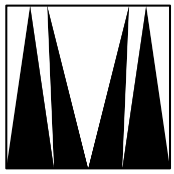
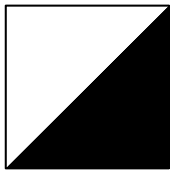
A) 1 kg B) 30 kg C) 31 kg D) 32 kg E) 33 kg

8. W kwadracie podzielonym na 9 jednakowych kwadracików zaznaczono dwa kąty α i β, tak jak na rysunku. Która z poniższych równości jest prawdziwa?

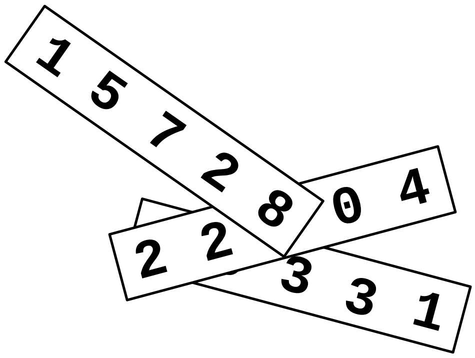


A) $\alpha = \beta$ B) $2\alpha + \beta = 90°$ C) $\alpha + \beta = 60°$
D) $2\alpha + 2\beta = 90°$ E) $\alpha + \beta = 45°$

9. Każdy z poniższych rysunków przedstawia kwadrat o boku 1 z zacieniowaną jego częścią. W którym kwadracie zacieniowana część ma największe pole?

A)  B)  C)  D)  E) 

10. Na każdym z trzech papierowych pasków zapisana jest liczba pięciocyfrowa. Suma tych liczb jest równa 57263. Trzy cyfry w tych liczbach są zakryte (patrz rysunek). Jakie cyfry są zakryte?



A) 0, 2 i 2 B) 5, 7 i 8 C) 2, 4 i 9
D) 2, 7 i 8 E) 1, 2 i 9

Pytania po 4 punkty

11. Przygotowujemy sok pomarańczowy, mieszając koncentrat soku z wodą w proporcji 1 : 7. Koncentrat znajduje się w litrowej butelce. Mamy pół butelki koncentratu. Jaką część posiadanego koncentratu musimy zużyć do przygotowania 2 litrów soku?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) Cały koncentrat.

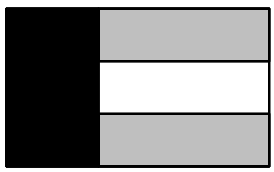
12. Kolejne wierzchołki kwadratu oznaczono literami A, B, C i D. Następnie skonstruowano trójkąt równoboczny AEC, wewnątrz którego leży punkt B. Ile stopni ma kąt CBE?

A) 30° B) 45° C) 135° D) 145° E) 150°

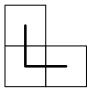
13. Dla każdej czwórki a, b, c, d parami różnych liczb spośród liczb naturalnych od 1 do 10 obliczamy wartość wyrażenia $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$. Najmniejsza wartość, jaką obliczymy tym sposobem, jest równa

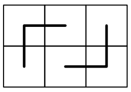
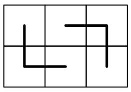
A) $\frac{2}{10}$. B) $\frac{3}{19}$. C) $\frac{14}{45}$. D) $\frac{29}{90}$. E) $\frac{25}{72}$.

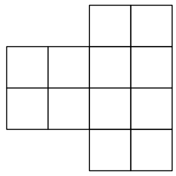
14. Flaga ma kształt prostokąta, w którym stosunek długości boków jest równy 3 : 5. Flaga ta podzielona jest na 4 prostokąty o równych polach (patrz rysunek obok). Jaki jest stosunek długości boków białego prostokąta?



A) 1 : 3 B) 1 : 4 C) 2 : 7 D) 3 : 10 E) 4 : 15

15. Prostokąt 3×2 można pokryć dwiema figurami  w kształcie litery L

na dwa różne sposoby:  



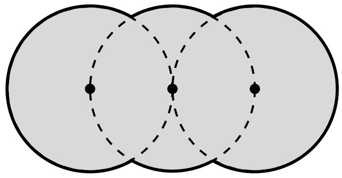
Ile jest różnych pokryć figurami w kształcie litery L figury na rysunku obok?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 48

16. W zawodach triatlonowych zawodnik kolejno płynie, jedzie rowerem i biegnie. W pewnym triatlonie jazda na rowerze stanowi $\frac{3}{4}$ całego dystansu, bieg stanowi $\frac{1}{5}$ całego dystansu, a dystans do przepłynięcia to 2 km. Ile kilometrów ma cały dystans tego triatlonu?

A) 10 B) 20 C) 38 D) 40 E) 60

17. Zacieniowana figura powstała z trzech kół o promieniu R (patrz rysunek). Dwa z tych kół są zewnętrznie styczne do siebie, a środek trzeciego koła jest ich punktem styczności. Jaki jest obwód tej figury?



A) $\frac{10\pi R}{3}$ B) $\frac{5\pi R}{3}$ C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ D) $2\pi R\sqrt{3}$ E) $4\pi R$

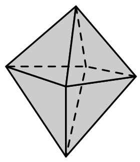
18. Suma cyfr numeru telefonicznego postaci $a\,a\,a\,b\,b\,b\,b$ $(a \neq b)$ jest liczbą dwucyfrową $\overline{ab}$. Ile wynosi suma $a+b$?

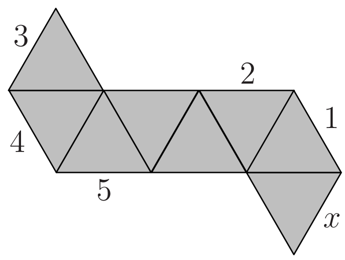
A) 8 B) 15 C) 10 D) 11 E) 12

19. 60 jabłek i 60 gruszek mamy włożyć do skrzynek w taki sposób, że w każdej skrzynce będzie ta sama liczba jabłek i w żadnych dwóch skrzynkach nie będzie tej samej liczby gruszek. Ile jest równa możliwie największa liczba skrzynek, w których możemy rozmieścić te owoce w opisany sposób?

A) 20 B) 15 C) 12 D) 10 E) 6

20. Na rysunku obok przedstawiono ośmiościan foremny i jego siatkę. Który z odcinków oznaczonych liczbą będzie po złożeniu tej siatki tworzył krawędź ośmiościanu wraz z odcinkiem oznaczonym literą x?

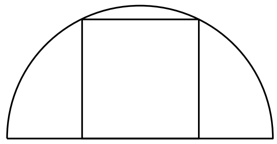




A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Pytania po 5 punktów

21. W półkole, którego promień jest równy 1, wpisano kwadrat tak jak na rysunku. Ile wynosi pole tego kwadratu?



A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

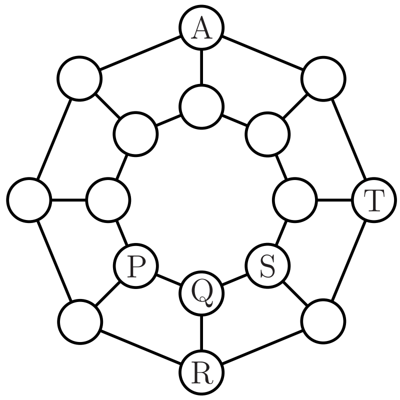
22. Kolejne liczby od 1 do 99 zapisano jedna za drugą. Powstały w ten sposób ciąg cyfr podzielono na trójki cyfr (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899). Która z poniższych trójek nie występuje w tym ciągu?

A) (222) B) (444) C) (464) D) (646) E) (888)

23. Ile jest wszystkich płaszczyzn, na których leżą trzy i tylko trzy wierzchołki sześcianu?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 20

24. Na planszy przedstawionej na rysunku postawiono pionek na polu A. W jednym ruchu pionek przesuwamy z pola na pole sąsiednie, tj. pole połączone z nim odcinkiem. Na którym spośród pól P, Q, R, S, T może stanąć pionek po 2019 ruchach?



A) Tylko na P, R lub S, ale nie na Q i T.
B) Tylko na P, R, S lub T, ale nie na Q.
C) Tylko na Q.
D) Tylko na T.
E) Na każdym z tych pól.

25. Na kole kręcącym się wokół swojego środka są zaznaczone dwa punkty. Jeden z nich znajduje się 3 cm dalej od środka niż drugi. Prędkość poruszania się punktu położonego dalej od środka koła jest 2,5 razy większa niż prędkość punktu położonego bliżej środka. Ile wynosi odległość od punktu położonego dalej od środka do środka tego koła?

A) 10 cm B) 9 cm C) 8 cm D) 6 cm E) 5 cm

26. Ile jest takich liczb trzycyfrowych a, że liczby $b = 2a + 1$ i $c = 2b + 1$ są również trzycyfrowe oraz w każdej z liczb a, b, c pierwsza i ostatnia cyfra jest taka sama?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Więcej niż 3.

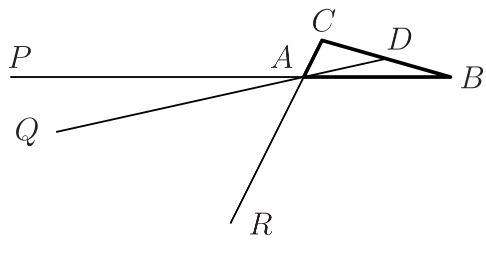
27. W wierzchołki kwadratu wpisujemy liczby naturalne w taki sposób, że jedna z dwóch liczb wpisanych w końce dowolnego boku kwadratu dzieli drugą, żadna zaś z dwóch liczb wpisanych w końce przekątnych tego kwadratu nie dzieli drugiej. Ile wynosi możliwie najmniejsza suma czterech liczb wpisanych w wierzchołki w taki sposób?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 35 E) 60

28. Co najmniej ile liczb trzeba usunąć ze zbioru $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, aby iloczyn liczb pozostałych był kwadratem liczby naturalnej?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

29. Dany jest trójkąt ABC o polu S. Niech D będzie środkiem boku BC. Na półprostych BA, DA, CA wybieramy odpowiednio punkty P, Q, R, takie że $|AP| = 2 \cdot |AB|$, $|AQ| = 3 \cdot |AD|$ i $|AR| = 4 \cdot |AC|$ (patrz rysunek obok). Czemu jest równe pole trójkąta PQR?



A) S B) $2S$ C) $3S$ D) $\frac{1}{2}S$
E) 0 (tzn. P, Q, R leżą na prostej)

30. Ile jest liczb czterocyfrowych, takich że po usunięciu dowolnie wybranej cyfry z jej zapisu dziesiętnego otrzymamy dziesiętny zapis liczby trzycyfrowej, która dzieli wyjściową liczbę czterocyfrową?

A) 5 B) 9 C) 14 D) 19 E) 23
